

Государственное областное бюджетное профессиональное образовательное
учреждение
«Липецкий техникум городского хозяйства и отраслевых технологий»

Методическая разработка урока математики

Тема «Формулы двойного угла»

Автор: Андреева Ольга Ивановна,
преподаватель математики

Пояснительная записка

Характеристика учебной группы.

Открытый урок по предмету “Математика” проводится в группе по профессии “Контролёр банка”.

Это вновь сформированная группа обучающихся 1 курса. Основная часть студентов имеет низкий уровень подготовки, т.е. не обладает прочными базовыми знаниями за курс основной школы. У студентов слабо развито логическое мышление и навыки самостоятельной работы.

Характеристика темы.

В рабочей программе тема “Формулы двойного угла” входит в раздел 1 “Алгебра и начала анализа” предмета “Математика”. В этой теме изучаются, систематизируются знания студентов об основных формулах тригонометрии.

Все учебные элементы данной темы используются при изучении всего раздела 1.

Образовательными целями урока являются:

- вывод формул двойного угла;
- совершенствование умений применения формул сложения при выполнении упражнений.

Объектами развития в данной теме являются:

– развитие культуры математической речи, абстрактного и логического мышления, долговременной оперативной памяти и устойчивого внимания.

Основной воспитательной задачей темы является воспитание культуры поведения при индивидуальной и фронтальной работе, развитие навыков самостоятельной работы, формирование положительной мотивации.

Рекомендации по изучению учебного материала.

С помощью создания проблемной ситуации преподаватель побуждает студентов к активному восприятию материала, к более глубокому осмыслению полученных знаний и их систематизации. На уроке выводятся новые формулы применяя известный материал и учатся их применять при решении упражнений.

Преподаватель использует различные методы обучения: словесные, наглядные (объяснение и беседа); репродуктивный (алгоритм решения типовых задач); частично-поисковый (вывод формулы, самостоятельная работа). При решении поставленных задач учащиеся развивают логическое и абстрактное мышление, тренируют память и внимание. На уроке используется фронтальный, групповой, индивидуальный и дифференцируемый режим работы.

Техническое средство обучения (компьютер, мультимедиапроектор) обеспечивает наглядность и способствует лучшему усвоению знаний.

Рекомендации по контролю знаний учащихся.

Проверка знаний, умений и навыков учащихся является важным компонентом каждого урока и данного в том числе. На уроке рекомендуется использовать устный фронтальный опрос; самопроверку обучающей самостоятельной работы по эталону. Оценка знаний учащихся на данном уроке не предусмотрена.

Продолжительность урока – 45 мин.

Структура урока.
Формулы двойного угла.

1. Организационный момент (1 мин.).
2. Актуализация опорных знаний (6 мин.).
3. Постановка цели урока (1 мин.).
4. Усвоение новых знаний и способы их усвоения (13 мин.).
5. Информация о домашнем задании (1 мин.).
6. Первичное закрепление (10 мин.).
7. Динамическая пауза(1 мин.).
8. Организация первичного контроля (10 мин.).
9. Итог урока (1 мин.).
10. Рефлексия (1 мин.).

Технологическая карта урока

<p>Цели (задачи) урока</p> <ul style="list-style-type: none">• <u>образовательные</u>: вывести формулы двойного угла; совершенствовать умение применения формул сложения при выполнении упражнений; способствовать развитию культуры математической речи, абстрактного и логического мышления, долговременной оперативной памяти и устойчивого внимания.• <u>воспитательные</u>: воспитывать культуру поведения при индивидуальной и фронтальной работе, развивать навыки самостоятельной работы, формировать положительную мотивацию; способствовать к самооценке на основе критерия успешности учебной деятельности.• <u>развивающие</u>: - <u>Регулятивные УУД</u>: умение определять и формулировать цель и тему урока с помощью преподавателя; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по плану; оценивать правильность выполнения действий на уровне адекватной ретроспективной оценки; планировать свое действие в соответствии поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предложение. - <u>Коммуникативные УУД</u>: умение выражать свои мысли в устной форме, слушать и понимать других, уважительно к ним относиться. - <u>Познавательные</u>: умение ориентироваться в своей системе знаний: отличать новое от уже известного с помощью преподавателя; добывать новые знания: находить ответы на поставленные вопросы с помощью учебной литературы, используя свой жизненный опыт и знания, полученные на занятиях.	<p>Результаты урока</p> <p><u>Предметные</u> Уметь применять формулы двойного угла при выполнении упражнений.</p> <p><u>Метапредметные</u> <u>Уметь</u> определять и формулировать цель и тему урока с помощью преподавателя; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по плану; оценивать правильность выполнения действий на уровне адекватной ретроспективной оценки; планировать свое действие в соответствии поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предложение (Регулятивные УУД). <u>Уметь</u> выражать свои мысли в устной форме, слушать и понимать других, уважительно к ним относиться (Коммуникативные УУД). <u>Личностные</u> <u>Уметь</u> проводить самооценку на основе критерия успешности учебной деятельности.</p>
<p>Тип урока, педагогическая технология</p> <p>Изучение нового материала; По источникам знаний: словесные, наглядные; По степени взаимодействия преподаватель-студент: эвристическая беседа; Относительно дидактических задач: подготовка к восприятию; Относительно характера познавательной деятельности: репродуктивный, частично-поисковый.</p>	<p>Оборудование урока</p> <p>Доска, компьютер, презентация «Формулы двойного угла», карточки- задания, рабочие листы, карточка для рефлексии, карточка с домашним заданием.</p>

<p>Опорные понятия, термины Формулы тригонометрии, угол, синус, косинус, тангенс угла (двойного угла), радианная и градусная мера углов.</p>	<p>Новые понятия и связи между ними формулы сложения и формулы двойного угла, угол и двойной угол</p>
<p>Контроль, самоконтроль на уроке Фронтальная, индивидуальная и самостоятельная работа, самопроверка, взаимопроверка, работа в парах.</p>	<p>Домашнее задание Вывести формулы $\cos 2\alpha$ только через $\cos \alpha$ и только через $\sin \alpha$ (использовать основное тригонометрическое тождество), выполнить следующие упражнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Упростите выражение: $\cos 2\alpha + \sin^2 \alpha =$ 2. Вычислите значение выражения: $2 \sin 22^\circ 30' \cos 22^\circ 30' =$ 3. Сократите дробь: $\frac{\sin 2\alpha}{2 \cos^2 \alpha}$ <p>На «5»: задания 1 – 3 На «4»: задания 1, 2 На «3»: задание 1</p>

Ход урока

Этап урока	Деятельность и действия преподавателя	Деятельность и действия студента (ов)	Используемые методы, приемы, формы	Формируемые УУД	Результат взаимодействия
1. Организационный момент.	Преподаватель приветствует студентов. Создает положительный настрой на продуктивную работу. Раздает карты банка Бонусов, дает рекомендации по ее заполнению.	Визуальный контроль готовности кабинета и рабочего места к занятию. Включаются во взаимодействие с преподавателем и между собой.	Приветствие, контроль присутствующих, проверка готовности кабинета и студентов к занятию.	Личностные: самоопределение. Регулятивные: целеполагание. Коммуникативные: планирование учебного сотрудничества с преподавателем и сверстниками.	Готовность студентов к обучению.
2. Актуализация опорных знаний.	(Два студента у доски, остальные работают с формулами): 1. Вычислите $\sin 75^\circ$. 2. Зная, что $\sin \alpha = 0,8$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найти $\cos \alpha$. 3. Конструктор формул сложения.	(Два студента у доски, остальные работают с формулами): $1. \sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ * \cos 45^\circ + \cos 30^\circ * \sin 45^\circ = \frac{1}{2} * \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} * \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ 2. $\cos \alpha = 0,6$ 3. Остальные собирают формулы сложения.	Беседа в ходе индивидуальной и фронтальной работы. Постановка цели.	Регулятивные: уметь объяснять последовательность своих действий. Познавательные: уметь преобразовывать информацию из одной формы в другую. Коммуникативные: уметь оформлять свои мысли устно.	Знать формулы сложения и основные тригонометрические тождества и уметь их применять.
3. Усвоение новых знаний и способы их усвоения	Разделить студентов на две группы (по цвету рабочего листа). Предлагается группам задание: а что произойдет с формулами сложения, если углы одинаковые ($\alpha = \beta$)? Проверяет формулу сложения синуса суммы один студент у доски, косинуса суммы – 1 группа, тангенса суммы – 2 группа. Теперь сравните ваши формулы с записями на доске. Объясните.	1. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha * \cos \beta + \cos \alpha * \sin \beta$ $\alpha = \beta$, то $\sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha * \cos \alpha + \cos \alpha * \sin \alpha$ $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha * \cos \alpha$. 2. $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha * \cos \beta - \sin \alpha * \sin \beta$ $\alpha = \beta$, то $\cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha * \cos \alpha - \sin \alpha * \sin \alpha$ $\cos 2\alpha = (\cos \alpha)^2 - (\sin \alpha)^2$ 3. $tg 2\alpha = \frac{2tg \alpha}{1 - tg^2 \alpha}$ или $tg 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$	Наблюдение, проблемная ситуация, работа с текстом (сравнение).	Регулятивные: уметь объяснять последовательность своих действий; высказывать свое предложение, адекватно самостоятельно оценивать правильность выполнения действий. Познавательные: уметь преобразовывать информацию из одной формы в другую. Коммуникативные: уметь оформлять свои мысли устно и письменно, учитывать разные мнения, отстаивать свою позицию.	Уметь самостоятельно сформулировать новые понятия.
4. Постановка цели.	- Обратите внимание, какой угол в левой, а какой в правой	-Один угол α . Двойной угол 2α .	Беседа в ходе фронтальной работы.	Регулятивные: уметь объяснять последовательность	Уметь сформулировать тему и цель.

	<p>части формул? -Как вы думаете какая тема нашего урока? -Тема нашего урока «Формулы двойного угла». -Запишите в тетрадь дату и тему урока Какая цель нашего урока, что каждый из вас должен усвоить и чему научиться к концу урока?.</p>	<p>-Формулы двойного угла.</p> <p>Записывают дату и тему в тетрадь. -Усвоить формулы двойного угла и научиться их применять.</p>	<p>Наблюдение, проблемная ситуация.</p>	<p>ь свои действий, принимать решение в проблемной ситуации.</p>	
<p>5. Информация о домашнем задании.</p>	<p>Обеспечение понимания студентами цели, содержания и способов выполнения домашнего задания. задание Вывести формулы $\cos 2\alpha$ только через $\cos \alpha$ и только через $\sin \alpha$ (использовать основное тригонометрическое тождество), выполнить следующие упражнения: 1. Упростите выражение: $\cos 2\alpha + \sin^2\alpha =$</p> <p>2. Вычислите значение выражения: $2 \sin 22^\circ 30' \cos 22^\circ 30' =$</p> <p>3. Сократите дробь: $\frac{\sin 2\alpha}{2 \cos^2 \alpha}$ На «5»: задания 1 – 3 На «4»: задания 1, 2 На «3»: задание 1</p>	<p>Студенты получают карточки-задания.</p>	<p>Беседа в ходе фронтальной работы.</p>		<p>Выбирают задание в соответствии с уровнем развития.</p>
<p>6. Первичное закрепление</p>	<p>Организовать усвоение студентами новых формул при решении упражнений: №№ 1-4. № 1 устно, 2-4 один студент у доски с комментированием, остальные - в тетрадях.</p>	<p>Выполняют задания самостоятельно в тетрадях: 1) №1 устно; 2) №№2-4 с комментированием у доски - один учащийся, остальные в тетради.</p>	<p>Самостоятельная работа, рефлексия. Самоконтроль</p>	<p>Регулятивные: уметь объяснять последовательность своих действий; уметь выполнять работу по предложенному плану; уметь вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок.</p>	<p>Уметь объяснять последовательно действия на уроке. Уметь применять формулы двойного угла.</p>
<p>7. Динамическая пауза.</p>	<p>Сменить деятельность, обеспечить эмоциональную разгрузку студентов.</p>	<p>.Смена деятельности.</p>	<p>Звучит спокойная расслабляющая музыка (релаксация)</p>		<p>Снять утомление.</p>

8. Организация первичного контроля	Самостоятельная работа (тест) взаимопроверкой. Называют с помощью преподавателя место своего затруднения, причину, исправляют ошибки. Организует самопроверку по эталону, работу над ошибками.	Выполняют самостоятельную работу. Затем работа в парах (взаимопроверка) по эталону. С помощью преподавателя определяют места затруднения и исправляют ошибки.	Самостоятельная работа (тест), рефлексия, работа в группах, взаимоконтроль.	Регулятивные: уметь выполнять работу по предложенному плану; уметь вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок. Личностные УУД: способность к самооценке на основе критерия успешности учебной деятельности.	Уметь применять формулы двойного угла.
9. Подведение итогов урока.	- Мы переходим к последнему этапу. Подводим итог работы на уроке Какую цель ставили? Достигли цели? Дать качественную работу отдельных студентов и в целом всей группы.	Отвечают на вопросы преподавателя.	Беседа в ходе фронтальной работы.	Регулятивные: уметь объяснять последовательность своих действий; уметь оценивать правильность выполнения действий на уровне адекватной ретроспективной оценки. Личностные УУД: способность к самооценке на основе критерия успешности учебной деятельности.	Уметь принимать решения, делать выводы, общаться, обращаться за помощью (если нужно).
10. Рефлексия.	– Что нового вы узнали сегодня на уроке? – Какие формулы были использованы для получения формул двойного угла? – На каком этапе урока у вас возникли затруднения, какого характера? – Успешно ли вы решили возникшие затруднения? – Как ты оцениваешь свою работу на уроке? (карточка для рефлексии).	Отвечают на вопросы преподавателя. Заполняют карточки рефлексии и карты банка Бонусов и сдают преподавателю.	Беседа в ходе фронтальной работы. Рефлексия. Бонусы переводят в оценки по шкале.	Коммуникативные: умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли. Познавательные: рефлексия.	Анализ конкретных результатов обучения: -какие получены достижения; -что было удачным на уроке, а что менее удачным; -объяснение причины своих неудач.

Этапы урока	Максимальное количество бонусов	Набранное количество бонусов
Актуализация опорных знаний	6	
Усвоение новых знаний и способы их усвоения	3	
Первичное закрепление	4	
Тест	4	
Рефлексия	6	
Итого	23	

Шкала перевода набранных бонусов в оценку

Рейтинг	1–10 баллов	11-15 баллов	16-20 баллов	21-23 баллов
Оценка	2	3	4	5

Приложение № 2. (карточки для конструктора формул)

$\sin(\alpha+\beta)=$	
$\sin(\alpha-\beta)=$	
$\cos(\alpha+\beta)=$	
$\cos(\alpha-\beta)=$	
$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=$	
$\operatorname{tg}(\alpha-\beta)=$	

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(30^\circ + 45^\circ) = \\ &= \sin 30^\circ * \cos 45^\circ + \\ &+ \cos 30^\circ * \sin 45^\circ =\end{aligned}$$

Приложение № 2. (карточки для конструктора формул)

$\sin(\alpha+\beta)=$	
$\sin(\alpha-\beta)=$	
$\cos(\alpha+\beta)=$	
$\cos(\alpha-\beta)=$	
$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=$	
$\operatorname{tg}(\alpha-\beta)=$	

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(30^\circ + 45^\circ) = \\ &= \sin 30^\circ * \cos 45^\circ + \\ &+ \cos 30^\circ * \sin 45^\circ =\end{aligned}$$

Приложение № 2. (карточки для конструктора формул)

$\sin(\alpha+\beta)=$	
$\sin(\alpha-\beta)=$	
$\cos(\alpha+\beta)=$	
$\cos(\alpha-\beta)=$	
$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=$	
$\operatorname{tg}(\alpha-\beta)=$	

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(30^\circ + 45^\circ) = \\ &= \sin 30^\circ * \cos 45^\circ + \\ &+ \cos 30^\circ * \sin 45^\circ =\end{aligned}$$

Приложение № 1

Домашнее задание. Выполнить следующие упражнения:

1. Упростите выражение: $\cos 2\alpha + \sin^2\alpha =$
2. Вычислите значение выражения: $\frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha}$
3. Сократите дробь: $\frac{\sin 2\alpha}{2\cos^2 \alpha}$

На «5»: задания 1 – 3

На «4»: задания 1, 2

На «3»: задание 1

Приложение № 1

Домашнее задание. Выполнить следующие упражнения:

1. Упростите выражение: $\cos 2\alpha + \sin^2\alpha =$
2. Вычислите значение выражения: $\frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha}$
3. Сократите дробь: $\frac{\sin 2\alpha}{2\cos^2 \alpha}$

На «5»: задания 1 – 3

На «4»: задания 1, 2

На «3»: задание 1

Приложение № 1

Домашнее задание. Выполнить следующие упражнения:

1. Упростите выражение: $\cos 2\alpha + \sin^2\alpha =$
2. Вычислите значение выражения: $\frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha}$
3. Сократите дробь: $\frac{\sin 2\alpha}{2\cos^2 \alpha}$

На «5»: задания 1 – 3

На «4»: задания 1, 2

На «3»: задание 1

Приложение № 3 Самостоятельная работа (тест)

Задание 1. $\cos(x + y) =$

- 1) $\cos x \cos y + \sin x \sin y$
- 2) $\cos x \cos y - \sin x \sin y$
- 3) $\cos x \sin y - \sin x \cos y$
- 4) $\cos x \sin y + \sin x \cos y$

Задание 2. $\operatorname{tg}(x - y) =$

- 1) $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$
- 2) $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$
- 3) $\frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$
- 4) $\frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$

Задание 5. $\cos 107^\circ \cos 17^\circ + \sin 107^\circ \sin 17^\circ =$

- 1) 0
- 2) 1
- 3) -1
- 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Задание 7. $\frac{\operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{tg} 51^\circ}{1 - \operatorname{tg} 9^\circ \operatorname{tg} 51^\circ} =$

- 1) 1
- 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 4) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Задания 9. Решить уравнение $\sin 4x \cos 2x - \cos 4x \sin 2x = 0$

- 1) $\frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$
- 2) $\pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 3) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Задание 3. $\sin 5x \cos 3x + \cos 5x \sin 3x =$

- 1) $\sin 2x$
- 2) $\cos 2x$
- 3) $\sin 8x$
- 4) $\cos 8x$

Задание 4. $\cos 18^\circ \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \sin 12^\circ =$

- 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3) 0,5
- 4) 0

Задание 6.

$$\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4} =$$

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 2) 0
- 3) 0,5
- 4) -0,5

Задания 8

Вычислите $\cos(\alpha - \beta) - 2 \sin \alpha \sin \beta$ если

$$\alpha = 42^\circ, \beta = 18^\circ$$

- 1) 0,5
- 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3) 0,5
- 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Задания 10. $\frac{\operatorname{tg} 5x - \operatorname{tg} 3x}{1 + \operatorname{tg} 5x \operatorname{tg} 3x} = \sqrt{3}$

- 1) $\frac{\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 2) $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$
- 3) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 4) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$

4) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Карточка для рефлексии

		
<p>Всё смог решить! Уроком доволен</p>	<p>Не совсем всё получилось, но я старался</p>	<p>Мало что получилось, хочу понимать</p>

В свободную минуту!

№ 1. Установите соответствие между радианной и градусной мерами угла 15° :

- 1) $\frac{\pi}{4}$; 2) 3π ; 3) π ; 4) $\frac{\pi}{12}$

№ 2. Найдите значение выражения: $\sin 63^\circ \cdot \cos 27^\circ + \cos 63^\circ \cdot \sin 27^\circ$

№ 3. Найдите значение выражения: $2 \sin 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 120^\circ \cdot \cos 45^\circ \cdot \operatorname{ctg} 120^\circ$

№ 4. Докажите тождество: $\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \beta$